

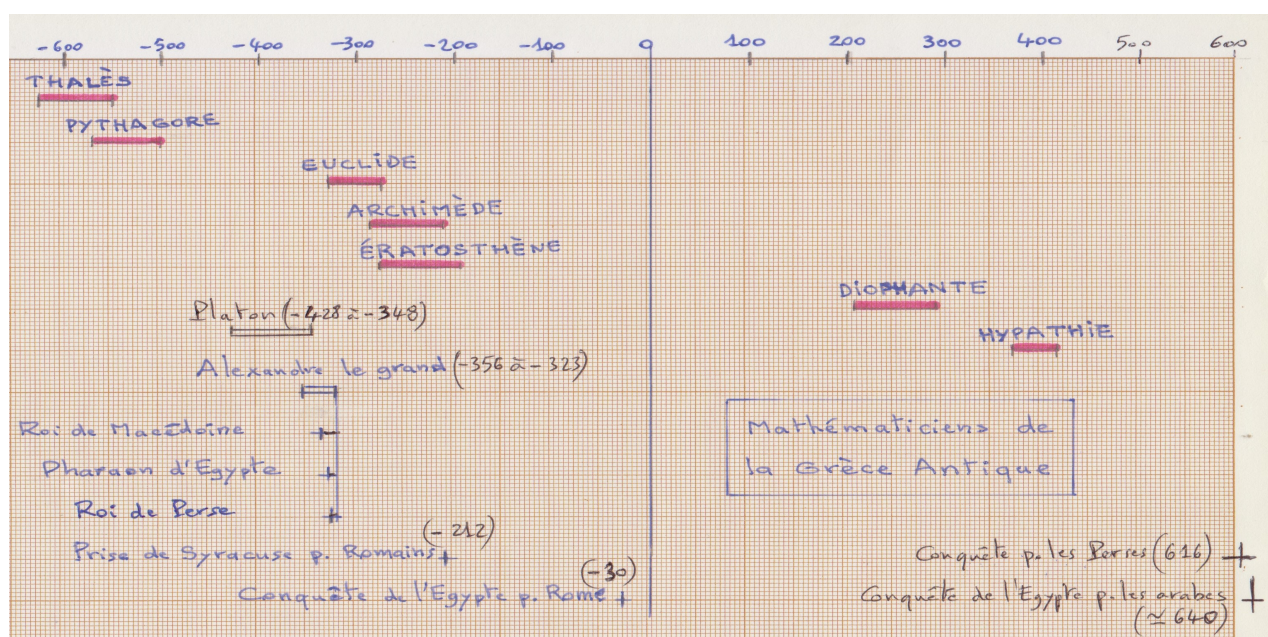
Présentation à l'UIA de CAEN le 20 novembre 2023

Les MATHÉMATICIENS de la GRÈCE ANTIQUE et leurs TRAVAUX

Voyage immobile à bord de votre calculatrice ... ou du désir d'être inutile.

PLAN :

1. Thalès de Milet (env. -625 à environ -547)
2. Pythagore de Samos (env. -569 à environ -500)
3. Euclide d'Alexandrie (env. -330 à environ -275)
4. Archimède de Syracuse (env. -287 à -212)
5. Ératosthène de Cyrène (env. -276 à environ -194)
6. Diophante d'Alexandrie (né entre 200 et 214 et mort entre 284 et 298)
7. Hypathie d'Alexandrie (370 – 415)



Les Grecs connaissaient les mathématiques babyloniennes et égyptiennes. Platon recommande « à ceux qui doivent remplir les plus hautes fonctions publiques » de pratiquer la science du calcul, « non pas pour le faire servir aux ventes et achats comme les négociants et les marchands, mais pour faciliter la conversion de l'âme du monde de la génération vers la vérité et l'essence ».

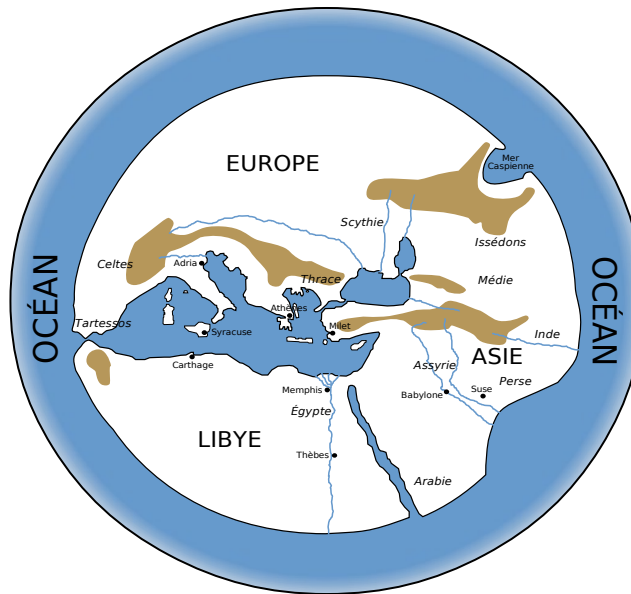
Le fronton de l'académie d'Athènes est orné de la phrase :

« **Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre** »

la traduction du grec indique parfois **mathématicien** au lieu de géomètre.

1. THALÈS de MILET (env. -625 à environ -547) :

Thalès de Milet (env. -625 à environ -547) est un commerçant qui s'est suffisamment enrichi pour consacrer la fin de sa vie aux voyages (*Mésopotamie et Égypte*) et aux études.

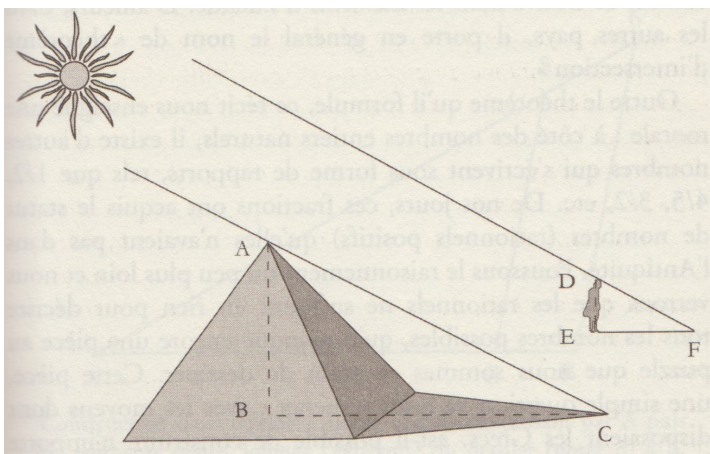


Situation de la cité antique de Milet selon la conception d'Hécatée de Milet (550 à 475 av. J.C.) dans l'actuelle Turquie

Il a constaté que le rapport entre la distance d'un objet et sa hauteur est le même que le rapport homologue d'un autre objet plus éloigné, *si le point d'observation A, le sommet du premier objet B et le sommet du second objet C sont en ligne droite*. Son premier périple le conduit en Égypte où il calcule la hauteur des pyramides. C'est l'une des premières utilisations du théorème qui porte son nom. Thalès est le premier homme au nom duquel sont attachées des découvertes mathématiques. Il fera de la mathématique *pour le plaisir*.

Selon Pline l'ancien (23-79), « *Thalès découvrit comment obtenir la hauteur des pyramides et de tout autre objet semblable, en mesurant leurs ombres, au moment où le corps humain et son ombre ont des longueurs égales* ».

Plutarque (*philosophe grec ancien 46-125*) enjoliva cette histoire, en faisant tenir à un certain Nixolène, des propos enflammés adressés à Thalès : « *De tous vos exploits, il (le pharaon AMASIS régnant de -571 à -526) fut particulièrement enchanté de votre mesure de la pyramide, lorsque sans hésitation ni l'aide d'aucun instrument, vous avez planté un bâton à l'extrémité de l'ombre produite par la pyramide et ayant de la sorte obtenu deux triangles avec les rayons solaires, vous avez montré que le rapport de la pyramide au bâton était le même que celui de leur ombre* ». Voir fig ci-dessous :



$$AB/BC = DE/EF \text{ donc } AB = (BC \times DE)/EF$$

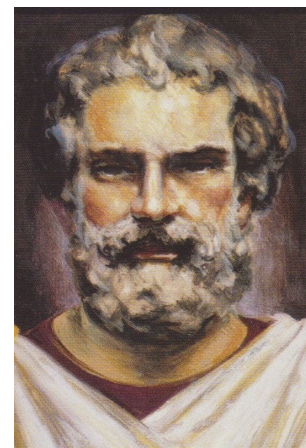


Photo p. 38 du livre de Bertram MAURER

Thalès de Milet, amateur de mathématiques, visite l'Égypte et ses pyramides, déjà anciennes à l'époque. Alors qu'il admire celle de Khéops, le pharaon le met au défi d'en trouver la hauteur. En guise de réponse, Thalès aurait remarqué : « Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui de la pyramide avec la sienne. »

De tous ces témoignages, le plus vraisemblable semble être celui de Hiéronyme. Thalès aurait observé que, lorsque la longueur de sa propre ombre était égale à sa hauteur, il en était de même pour tous les objets placés dans son environnement.

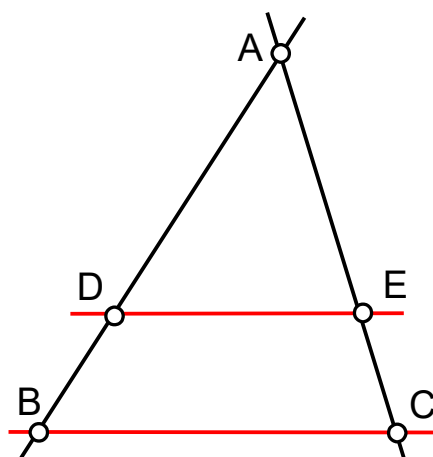
Thalès est aussi le premier astronome grec dont le nom nous soit parvenu. Il est possible qu'il ait réellement prédit l'éclipse de Soleil du 28 mai 585 av. J.C. Après des siècles d'observations, les Babyloniens avaient découvert la période de 223 lunaisons qui sépare deux éclipses de Soleil.

Bibliographie : Ce contenu est extrait de la page 231 du livre : « **Sur les traces de l'Homo mathematicus** » *Les mathématiques avant Euclide : Mésopotamie, Égypte et Grèce* de Bernard DUVILLIÉ Ellipses Édition de 1999 (livre disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville de Caen), des pages 24 et 25 du livre : « **Nouvel abrégé d'histoire des mathématiques** » de Jean BAUDET chez Vuibert de septembre 2002 (livre disponible à la bibliothèque d'Hérouville Saint-Clair) et d'un extrait du livre : « **MATHEMATIQUES Le monde fascinant des chiffres** » de Bertram MAURER. Traduit de l'allemand. Editions Place des Victoires 2016 (livre se trouve à la bibliothèque d'Alexis de Tocqueville à Caen).

D'autres légendes courent à son sujet. Un jour, alors qu'il conduisait une caravane, un mulet chargé de sacs de sel tomba à l'eau au passage d'un gué. Une bonne partie du sel se trouva ainsi dissoute. Ayant regagné la terre ferme, le mulet se sentit plus léger et au gué suivant se jeta volontairement à l'eau pour alléger de nouveau son fardeau. Pour le détourner de cette fâcheuse tendance, on dit que Thalès l'aurait chargé d'éponges au voyage suivant.

Bibliographie : Ce contenu est extrait de la page 227 et 228 du livre : « **Sur les traces de l'Homo mathematicus** » *Les mathématiques avant Euclide : Mésopotamie, Égypte et Grèce* de Bernard DUVILLIÉ Ellipses Édition de 1999 (livre disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville de Caen).

Le théorème de Thalès tel que vous l'avez certainement étudié à l'école :



Configuration possible du théorème de Thalès : les droites (BC) et (DE) sont parallèles donc les triangles ADE et ABC sont semblables et les longueurs AD, DE, EA sont proportionnelles aux longueurs AB, BC et CA. D'où, par exemple les égalités : $AB/AD = AC/AE = BC/DE$.

Bibliographie : Ce contenu est extrait de Wikipédia à « *théorème de Thalès* ».

2. PYTHAGORE de SAMOS (env. -569 à environ -500) :

Le nom de Pythagore vient de « *Pyth-agoras* » « celui qui a été annoncé par la Pythie ». Pythie est l'oracle du temple d'Apollon à Delphes. Elle tire son nom de « Python », le serpent légendaire qui vivait dans une grotte.

Pythagore est né sur l'île de Samos. Sa vie est entourée de mystères. Certains disent qu'il suit les cours de Thalès. Il voyage aussi en Égypte où il séjourne plusieurs années puis visite Babylone et l'Asie Mineure avant de retourner à Samos. Puis il quitte sa patrie pour s'exiler en Sicile et Italie du Sud et se fixer à Croton.

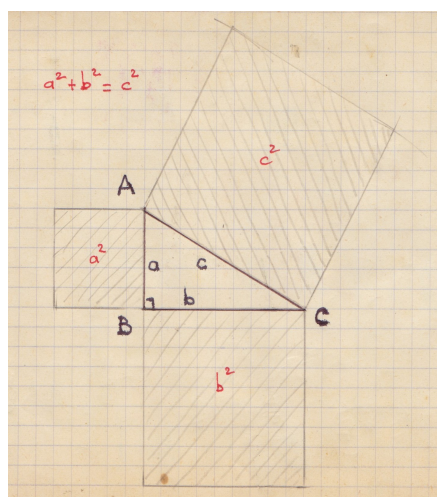


L'École d'Athènes est une fresque de 1508 à 1512 du peintre italien Raphaël, exposée dans la *Chambre de la Signature* des musées du Vatican. Cette fresque symbolique présente les figures majeures de la pensée antique. Ci-contre Pythagore.

Bibliographie : Ce contenu est extrait de Wikipédia à « *L'école d'Athènes* ».

Le théorème de Pythagore était sans doute connu des Babyloniens et on ne sait pas si Pythagore en donne une démonstration.

Dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.



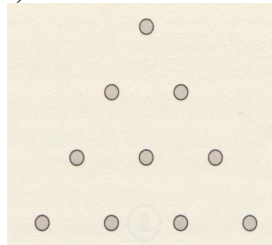
L'exemple type est : $3^2 + 4^2 = 5^2$ ($9 + 16 = 25$), ceci est aussi appelé un «**triplet de Pythagore**».

Mais, il existe d'autres triplets de ce genre, et nous pouvons les déterminer à l'aide de deux méthodes (*Diophante et les termes de la suite de Fibonacci*).

PYTHAGORE, pensait que la réalité était composée de mathématiques. Lui et ses disciples vénéraient les nombres et pensaient que le monde en était composé. Il ne se contentait pas d'entériner un constat empirique, il faisait également entrer le mysticisme dans le champ des mathématiques. Voici par exemple le commentaire de l'étonnante propriété : $1 + 2 + 3 + 4 = 10$:

« Le “un” est le divin, le principe de toute chose... Le “deux” est le couple masculin, féminin, la dualité... Le “trois”, les trois niveaux du monde, l'enfer, la terre et le ciel... Le “quatre”, les quatre éléments, l'eau, l'air, la terre et le feu... Enfin, le tout fait “dix”, la totalité de l'Univers, le divin compris ! »

C'est le triangle sacré selon Pythagore. Au sommet, nous trouvons le « un », puis les « deux », le « trois » et le « quatre » : les pythagoriciens associent aussi le 1 au point, le 2 à la ligne, le 3 à la surface (*la figure géométrique à deux dimensions : cercle, triangle, carré, etc.*), le 4 au solide (*la figure géométrique à trois dimensions : cube, sphère, pyramide, etc.*).



Ce triangle « sacré » selon Pythagore est appelé **tétraktys**

Bibliographie : Ce contenu est extrait des pages 24 et 25 du livre : « **Toutes les mathématiques du monde** » de Hervé LEHNING chez Flammarion de 2017 (livre disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville de Caen) et du site Wikipédia.

PYTHAGORE fut choqué de découvrir des nombres irrationnels comme $\sqrt{2}$ et le nombre Pi. Cela signifiait pour lui, que le monde n'était pas mathématiquement ordonné et parfait. La légende raconte « qu'il noya Hippias, un de ses étudiants, pour avoir révélé cette dangereuse vérité à d'autres personnes ».

L'univers des pythagoriciens, réduit aux entiers et à leurs rapports, a été ébranlé lorsqu'il fut démontré que la diagonale du carré était incommensurable à son côté. Après les entiers et les rationnels, cela a été l'annonce d'une troisième catégorie de nombres réels : **les irrationnels**.

PYTHAGORE crée une école dont le succès va croissant. De nombreux auditeurs de toutes les classes sociales assistent à ses cours ; même des femmes, ce qui était interdit à l'époque. Il épouse Théano, une de ses disciples. Seuls quelques disciples du maître sont admis dans le groupe de Pythagoriciens, structuré comme une secte dont les membres vivent sobrement soumis à une discipline sévère. En gage de réciprocité, les découvertes fondamentales leur sont révélées et ils prêtent serment de ne pas les divulguer. Cette communauté exerce une très grande influence sur la société qui l'entoure ce qui engendre des jalousies.

Cette **école pythagoricienne** constitue une confrérie à la fois scientifique et religieuse : le pythagorisme repose en effet sur une initiation et propose à ses adeptes un mode de vie éthique et alimentaire, ainsi que des recherches scientifiques sur le cosmos. Cette association religieuse, politique et philosophique dure neuf ou dix générations, et a joui d'une très grande notoriété. Ses membres adoptèrent le vocable d'*études* pour désigner les multiples branches du savoir qui constituaient leur science particulière : science des nombres, les bases de l'acoustique et la théorie musicale, les éléments de la géométrie, le mouvement des étoiles et la cosmologie.

Le pythagorisme et la légende qui s'est formée autour de lui ne sont pas dénués d'obscurités et de

sujets à controverse. En distinguant entre « ceux qu'on appelle les Pythagoriciens » et Pythagore lui-même, Aristote (*philosophe grec -384 à -322*) évite de se prononcer sur les liens exacts entre leur pensée et celle du philosophe ; la tradition postérieure, ignorant cette distinction, a sans doute favorisé la fabrication d'un grand nombre de textes faussement attribués à Pythagore ou aux Pythagoriciens anciens. Ce n'est qu'à partir du III^e siècle après J.-C. qu'apparaissent les premiers exposés relatifs au mode de vie pythagoricien. Après la mort de Pythagore, l'école a été dirigée par son épouse Théano.

Selon Platon (*philosophe grec -428 à -348*) dans « *La République* », Pythagore aurait été un maître influent et bien-aimé, fondateur d'un style de vie apte à garantir une heureuse destinée. L'enseignement est oral ; était-il secret ? Les pythagoriciens étaient réputés pour leur silence, sans qu'on sache si c'est une allusion à leur maîtrise de soi ou bien à une interdiction de parler faite aux néophytes. Ce qui est sûr, c'est qu'à toutes les questions qu'on leur posait, les initiés répondaient, en se référant à leur Maître. Une partie au moins de la doctrine devait rester secrète, par exemple la division des animaux rationnels en trois groupes, tandis que pouvaient être divulguées les idées philosophiques et les démonstrations mathématiques qui furent en effet publiées. Quant à la transmission du savoir entre disciples, elle est indissociable du respect des règles morales de l'amitié fraternelle dans son ensemble : règle du silence, respect du grade d'initiation des disciples. L'école pythagoricienne est ainsi une confrérie tant religieuse que scientifique.

Pythagore est massacré en compagnie de nombreux disciples ; il semblerait qu'il soit mort à Métaponte dans le golfe de Tarente au sud de l'actuelle Italie. La communauté lui survivra pendant plus d'un siècle et continuera à méditer sur les mathématiques, la philosophie et le monde.

Bibliographie : Ce contenu est extrait de Wikipédia à « *École Pythagoricienne* ».

3. EUCLIDE d'Alexandrie (env. -330 à environ -275) :

Euclide est un mathématicien grec. A cette époque les mathématiques grecques sont à leur apogée mais on ne sait pratiquement rien de l'existence d'Euclide, sauf qu'il s'installe à Alexandrie.



Portrait peint vers 1474 par Juste de Gand, Flamand.

☉ Son ouvrage fondamental, intitulé « **Les éléments** », est un manuel qui regroupe toutes les connaissances mathématiques de l'époque. Il est l'un des premiers livres imprimés (*Venise, 1482*) et n'est très probablement précédé que par la Bible pour le nombre d'éditions publiées (*largement plus de 1 000*). Pendant des siècles, il a fait partie du cursus universitaire standard.

Cet ouvrage se compose de treize livres qui sont organisés comme suit :

- Les livres I à IV traitent de **géométrie plane** :
 - Le livre I énonce les propriétés de base de la géométrie : théorème de Pythagore, égalités angulaires et d'aires, somme des angles du triangle.
 - Le livre II est d'algèbre géométrique, parce que c'est de la géométrie facile à interpréter comme de l'algèbre. En particulier, les théorèmes qu'il énonce correspondent en grande partie à nos identités remarquables ; et un cas de problème correspondant à une équation du second degré.
 - Le livre III traite du cercle et de ses propriétés : angle inscrit, puissance d'un point, tangente.

- Le livre IV : inscription et circonscription de triangles ou de polygones réguliers dans le cercle.
- Les livres V à X font intervenir **les proportions** :
 - Le livre V est le traité des proportions de grandeurs.
 - Le livre VI : application des proportions à la géométrie : théorème de Thalès, figures semblables.
 - Le livre VII est consacré à l'arithmétique : divisibilité, nombres premiers, PGCD, PPCM.
 - Le livre VIII traite de l'arithmétique, des proportions et des suites géométrique.
 - Le livre IX : infinité des nombres premiers, somme d'une suite géométrique, nombres parfaits.
 - Le livre X : classification des grandeurs irrationnelles. L'irrationalité de $\sqrt{2}$ est démontrée.
- Les livres XI à XIII traitent de **géométrie dans l'espace** :
 - Le livre XI traite dans l'espace de la perpendicularité, du parallélisme et des volumes de parallélépipèdes.
 - Le livre XII compare ou calcule des aires et volumes de : disque, cônes, pyramides, cylindres et sphère.
 - Le livre XIII est la généralisation du livre IV dans l'espace : section dorée, les cinq polyèdres réguliers inscrits dans une sphère.

Bibliographie : Ce contenu des *Éléments d'Euclide* est extrait de Wikipédia en saisissant *Éléments d'Euclide*.

☉ Euclide démontre que tout nombre entier peut-être égalé au produit de ses facteurs premiers. C'est-à-dire que quel nombre entier peut-être obtenu par la multiplication de nombres qui sont tous des nombres premiers.

Exemple : Prenons un nombre entier quelconque, exemple : 6600, et décomposons le en facteurs premiers en divisant ce nombre par les nombres premiers en suivant leur ordre croissant.

Nous obtenons :

6600	2
3300	2
1650	2
825	3
275	5
55	5
11	11
1	

Et, ainsi, il est possible d'écrire que : $6\ 600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11$

$$6\ 600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 11$$

Cette propriété remarquable des nombres entiers est généralement appelée *le théorème fondamental de l'arithmétique*.

Bibliographie : Ce contenu au sujet d'Euclide est extrait de Wikipédia et des pages 53 et 54 du livre : « *Nouvel abrégé d'histoire des mathématiques* » de Jean BAUDET chez Vuibert de septembre 2002 (livre disponible à la bibliothèque d'Hérouville Saint-Clair).

☉ Euclide démontre l'infinité des nombres premiers.

A. Considérons une petite liste de nombres premiers : 2, 3 et 5.

Faisons le produit de ces nombres et ajoutons 1 au résultat, nous obtenons :

$(2 \times 3 \times 5) + 1 = 31$. 31 divisé par chacun de ces nombres aura pour reste 1. En effet, 31 est un nombre premier qui n'était pas dans la liste précédente. Donc cette liste n'était pas complète.

B. Considérons maintenant la liste de nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11 et 13.

Faisons le produit de ces nombres et ajoutons 1 au résultat, nous obtenons :

$(2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13) + 1 = 30\ 030 + 1 = 30\ 031$. 30 031 n'est pas un nombre premier car il peut s'exprimer comme le produit de deux nombres : 59×509 . EUCLIDE avait déjà démontré que tout nombre

naturel pouvait se décomposer de manière unique comme un produit de facteurs premiers. Si nous appliquons ce résultat au nombre 30 031, qui est un nombre composé, il est clair qu'avec les nombres premiers de la liste $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ nous n'avons pas ce qu'il faut pour effectuer la décomposition en facteurs. Il manque donc dans cette liste des nombres premiers.

La conclusion est la suivante : aussi longue que soit la liste des nombres premiers, en effectuant l'opération de multiplication entre-eux et l'addition d'une unité, le résultat est un nouveau nombre qui correspond à une des deux situations suivantes :

1. Il s'agit d'un nombre premier qui n'était pas dans la liste,
2. Il s'agit d'un nombre composé, et dans sa décomposition figurent des nombres premiers qui n'étaient pas dans la liste.

De telle sorte que la liste, à moins d'être infinie, est toujours incomplète.

*Bibliographie : Cette démonstration est extraite des pages 25 et 26 du livre « **Les nombres premiers** » d'Enrique GRACIAN édition de l'Institut Henri Poincaré.*

4. ARCHIMÈDE de SYRACUSE (env. -287 à -212) :

Archimède de Syracuse, fils de l'astronome Pheidias, est avec Euclide un des plus grand mathématicien grec. Après une enfance à Syracuse, il fait un séjour à Alexandrie où il étudie auprès des successeurs d'Euclide et fait probablement la connaissance d'Ératosthène qu'il tiendra plus tard au courant de ses découvertes. Le gouvernement de Syracuse demande conseil à Archimède tant sa maîtrise à résoudre les problèmes théoriques ou techniques est reconnue de tous. Il meurt à Syracuse lors du siège de la ville par le général romain Marcellus.



Par Domenico Fetti 1620. Musée Alte Meister, Dresde Allemagne



Cette gravure sur bois peinte à la main (1547) illustre la fameuse légende selon laquelle Archimède découvrit dans son **bain** la manière dont il pouvait calculer le volume d'une couronne.

Archimède
(287-212 av. J.-C.) vivait à Syracuse, en Sicile. Fils d'un astronome, il fut non seulement le mathématicien le plus productif de l'Antiquité, mais également un physicien et un ingénieur de qualité.

Photo p. 61 du livre « **MATHEMATIQUES Le monde fascinant des chiffres** » de Bertram MAURER »

Archimède et le rapport de la circonférence au diamètre : Il s'attaqua au problème de la quadrature du cercle, qui présente deux aspects : le rapport de l'aire d'un cercle avec son diamètre et le rapport de sa circonférence à son diamètre. Les grecs prirent l'habitude de désigner par la lettre π (*initiale de périmètre*) le rapport de la circonférence au diamètre.

Déjà, les Mésopotamiens, Égyptiens et Indiens savaient que π est proche de trois. Les Égyptiens utilisaient $\pi = (16/9)^2 = 3,1605$. Archimède n'a pas résolu le problème, mais a trouvé une solution approchée.

Il a d'abord montré que si la surface $S = \pi \times (d/2)^2$ alors la circonférence $C = \pi \times d$; c'est-à-dire que la même constante intervient dans le calcul de l'aire ou de la circonférence d'un cercle. Puis, il constate qu'un polygone inscrit dans le cercle a un périmètre inférieur à la circonférence et que par contre un polygone circonscrit a un périmètre supérieur. Et, ainsi, si le nombre de côtés du polygone augmente les longueurs de ces périmètres inscrits et circonscrits seront fort proches de la circonférence cherchée.

Dans son traité « **La mesure du cercle** » Archimède exprime comme suit le résultat de ses calculs : « **Le périmètre de tout cercle est égal au triple du diamètre, augmenté d'un segment compris entre les dix soixante et onzièmes et le septième du diamètre** ». Ce que nous écrivons aujourd'hui :

$$(3 + 10/71) \times d < C < (3 + 1/7) \times d, \text{ ce qui correspond à : } 3,1408 < \pi < 3,1429$$

Mort violente d'Archimède :

En 212 av. J.C., Syracuse tomba aux mains des Romains. Le général Marcus Claudius Marcellus souhaitait néanmoins épargner le savant. Malheureusement, selon Plutarque, un soldat romain croisa Archimède alors que celui-ci traçait des figures géométriques sur le sol, inconscient de la prise de la ville par l'ennemi. Troublé dans sa concentration par le soldat, Archimède lui aurait lancé « Ne dérange pas mes cercles ! ». Le soldat, vexé de ne pas voir obtempérer le vieillard de 75 ans, l'aurait alors tué d'un coup d'épée. En hommage à son génie, Marcellus lui fit de grandes funérailles et fit dresser un tombeau décoré d'un cylindre renfermant une sphère, et, pour inscription, le rapport du solide contenant au solide contenu.

*Bibliographie : Ce contenu est extrait des pages 54, 55 et 56 du livre : « **Nouvel abrégé d'histoire des mathématiques** » de Jean BAUDET chez Vuibert de septembre 2002 (livre disponible à la bibliothèque d'Hérouville Saint-Clair) et internet site de Wikipédia pour la mort d'Archimède.*

5. ÉRATOSTHÈNE de CYRÈNE (né vers 276 av. J.-C. et mort vers 194 av. J.-C.) :

Ératosthène de Cyrène est un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec, né à

Cyrène vers 276 av. J.-C. et mort vers 194 av. J.-C. à Alexandrie. Érudit reconnu par ses pairs, considéré comme le plus grand savant du III^e siècle av. J.-C., il invente la discipline de la géographie, dont le terme est encore utilisé aujourd'hui. Il est nommé directeur de la bibliothèque d'Alexandrie par Ptolémée III.



Ératosthène enseignant à Alexandrie par Bernardo Strozzi (peintre italien) vers 1635.

Notice biographique :

Fils d'Aglaos, originaire de Cyrène (*sur la côte Libyenne*), Ératosthène est né entre 276 et 272 av. J.-C. Il reçoit dans sa cité natale, de culture grecque, une éducation complète. Il est d'abord l'élève à Alexandrie, puis il se rend à Athènes où il suit les cours du portique, puis ceux d' Arcésilas de Pitane, un élève de Platon. Il devient ensuite le disciple du philosophe stoïcien Ariston de Chios. Il reçoit ainsi une formation intellectuelle éclectique.

Après avoir demeuré près de vingt ans à Athènes et y avoir révélé de multiples talents, il est appelé à la tête de la bibliothèque d'Alexandrie par Ptolémée III, roi d' Égypte, en 245 ou en 234. Il devient par ailleurs le précepteur de son fils Ptolémée IV. Il vit jusqu'à l'époque de Ptolémée V qu'il côtoie. Il se laisse mourir de faim à 80 ans (entre 196 et 190) parce que, devenu aveugle, il ne peut plus admirer les étoiles.

Il s'est entretenu avec Archimède qui le loue pour ses qualités intellectuelles (*Lettre Introductive à la Méthode*). Ses élèves sont Aristophane de Byzance, Mnaséas (en), Ménandre et Aristis.

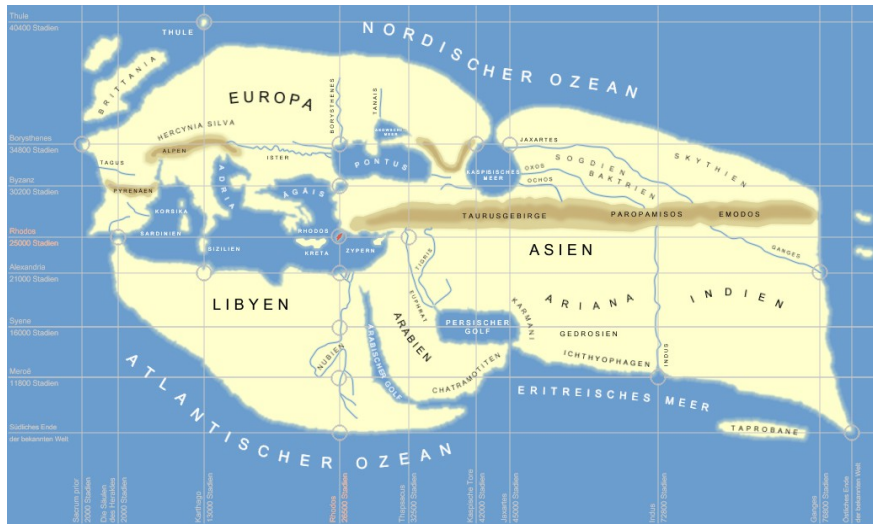
Il est célèbre pour être le premier savant dont la méthode de mesure de la circonférence de la Terre soit connue. La valeur qu'il obtient est difficile à estimer avec précision étant donné l'incertitude sur l'équivalent métrique de l'unité utilisée, mais relativement proche de la réalité.

Astronomie :

En tant qu'astronome, Ératosthène a mis au point des tables d'éclipses et un catalogue astronomique de 736 étoiles. Il démontra l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur et fixe cette inclinaison à, approximativement, $23^{\circ} 51'$ (*Valeur admise aujourd'hui : $23^{\circ} 26' 13''$*).

Géographie et géométrie :

Les études d'Ératosthène portent sur la répartition des océans et des continents, les vents, les zones climatiques et les altitudes des montagnes. On lui attribue le terme *géographie*. Il laisse une carte générale qui a longtemps été l'unique base de la géographie :



Le monde selon Ératosthène.

Mathématiques :

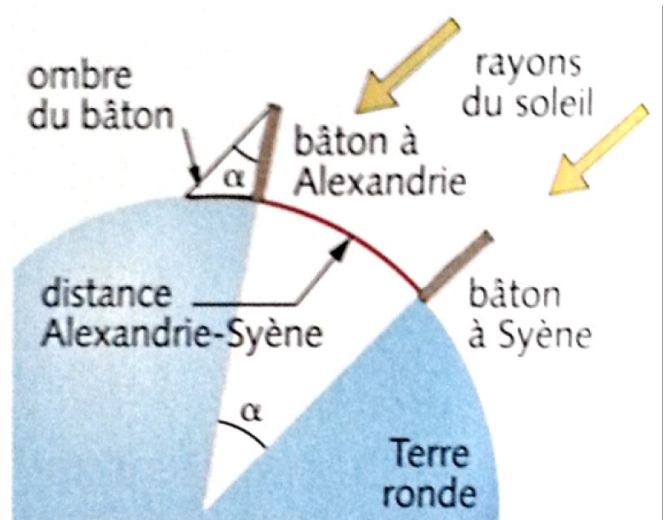
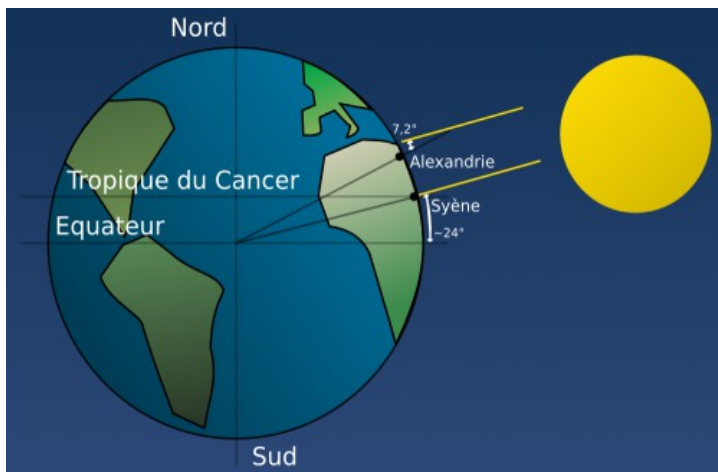
Mathématicien, Ératosthène a établi le crible d'Ératosthène, méthode qui permet de déterminer tous les nombres premiers inférieurs à un certain entier naturel donné N . Voir ici le logiciel d'animation.

Il travaille aussi sur le problème de la duplication du cube.

Calcul de la circonférence de la Terre :

Ouvrage d'Ératosthène : « *La mesure de la terre* ».

On attribue en général l'idée de la sphéricité de la Terre à l'école pythagoricienne dès le VI^e siècle av. J.-C. La Terre est déjà considérée comme sphérique par Platon (Ve siècle av. J.-C.) et par Aristote (IV^e siècle av. J.-C.). La plus ancienne estimation de la circonférence de la Terre qui nous soit connue est rapportée par Aristote et s'élève à 400 000 stades (~ 60 000 km).



Circonférence de la terre par Ératosthène

La méthode utilisée par Ératosthène est décrite par Cléomède dans sa *Théorie circulaire des corps célestes*. Ératosthène déduisit la circonférence de la Terre (*plus précisément d'un méridien terrestre*) d'une manière purement géométrique vers 230 av. J.-C.. Il compare l'observation qu'il fait sur l'ombre de deux objets situés en deux lieux, Syène (aujourd'hui Assouan) et Alexandrie, considérés comme étant sur le même méridien, le 21 juin (solstice d'été) au midi solaire local. C'est à ce moment précis de l'année que dans l'hémisphère nord le Soleil occupe la plus haute position au-dessus de l'horizon. Or, dans une précédente observation, Ératosthène remarque qu'il n'y a aucune ombre, à cette heure dans un puits à Syène à cette époque ; ainsi, à ce moment précis, le Soleil est à la verticale et sa lumière éclaire directement le fond du puits. Ératosthène remarque aussi que le même jour à la même heure, un gnomon situé à Alexandrie forme une ombre ; le Soleil n'est donc plus à

la verticale. En comparant l'ombre et la hauteur du gnomon, Ératosthène déduit que l'angle entre les rayons solaires et la verticale est de $1/50$ d'angle plein, soit $7,2$ degrés ($360^\circ / 50$).

Ératosthène évalue ensuite la distance entre Syène et Alexandrie à environ 5 000 stades. Une légende voudrait que les pas des chameaux aient été comptés afin d'obtenir une mesure très précise. Aucun texte ne parle explicitement de ceci (*l'arpentage peut se faire avec des chameaux, réputés avoir le pas régulier ou se reposer sur le temps de parcours, technique très pratiquée pour les bateaux*), et on comprend bien que les chiffres arrondis d'Ératosthène constituent un aveu d'imprécision. Le seul texte tardif indiquant les sources d'Ératosthène pour cette mesure est celui de Martianus Capella qui mentionne qu'il aurait eu recours à des arpenteurs royaux de Ptolémée. Il a également pu s'appuyer sur les données issues de l'arpentage des territoires conquis par Alexandre le Grand.

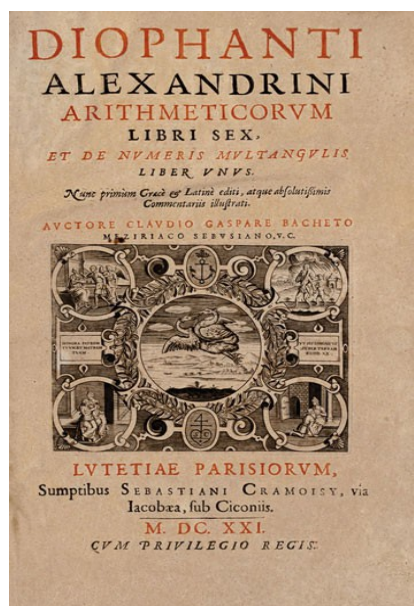
Ératosthène considère comme parallèles les rayons lumineux du Soleil en tout point de la terre. Par la théorie géométrique des angles alternes-internes, Ératosthène propose une figure « simple » : elle est composée d'un simple cercle ayant un angle au centre de $7,2$ degrés qui intercepte un arc (reliant Syène à Alexandrie) de 5 000 stades. Si $1/50$ de la circonférence mesure 5 000 stades, la circonférence de la Terre peut être évaluée à 250 000 stades.

La longueur exacte du stade utilisé par Ératosthène nous est inconnue, mais elle se déduit facilement de la distance nord-sud de 790 km entre Alexandrie et Syène, ce qui donne 158 m par stade. Si on suppose donc qu'il a utilisé le stade égyptien de 157,5 m, on obtient une circonférence de la Terre d'environ 39 375 km, mesure très proche de la réalité (*les mesures actuelles donnent à l'équateur 40 075,02 km et sur un méridien passant par les pôles 40 007,864 km*).

Bibliographie : Ce contenu est extrait de Wikipédia en saisissant « Ératosthène » et « crible d'Ératosthène ».

6. DIOPHANTE d'ALEXANDRIE (né entre 200 et 214 et mort entre 284 et 298) :

Diophante d'Alexandrie (né entre 200 et 214 et mort entre 284 et 298) est un mathématicien grec de l'école d'Alexandrie. Il est appelé ainsi car il vécut à Alexandrie en Égypte où il laissa de nombreux livres, pas tous retrouvés. Connu pour ses *Arithmétiques*, ouvrage qui aurait été écrit au III^e siècle et dont une partie est aujourd'hui perdue, et où il étudie certaines équations diophantiennes ; il est parfois surnommé le « père de l'algèbre ». En résolvant le rébus ci-dessous vous verrez que les mathématiques peuvent permettre de vivre vieux.



Couverture de l'édition de 1621 des Arithmétiques

Recherche des « triplets de Pythagore » par Diophante :

Ce rappel est-il nécessaire ?: le **théorème de Pythagore** : La somme des carrés des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle est égal au carré de son hypoténuse.

L'exemple type est : $3^2 + 4^2 = 5^2$ ($9 + 16 = 25$), **(3, 4, 5)** est appelé un «**triplet de Pythagore**».

Mais, il existe d'autres triplets de ce genre, et nous allons voir comment nous pouvons les déterminer à l'aide de la méthode mise au point par **Diophante**.

Sa méthode : Choisissez deux nombres entiers quelconques et calculez **x, y** et **z** :

- 1er nombre **x** du triplet : la différence (*positive*) entre leurs carrés,
- 2me nombre **y** du triplet : leur produit multiplié par deux,
- 3me nombre **z** du triplet : la somme de leurs carrés.

Exemple : Si nous choisissons comme nombres entiers 2 et 1 :

- 1er nombre du triplet : $2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$,
- 2me nombre du triplet : $2 \times 2 \times 1 = 4$,
- 3me nombre du triplet : $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$.

Et, vous retrouvez ainsi 3, 4 et 5 l'exemple classique cité ci-dessus. Mais vous pouvez le faire avec n'importe quel couple de nombre entiers. Je vous invite à trouver le triplet de Pythagore correspondant au couple 4 et 1.

- 1er nombre : $4^2 - 1^2 = 16 - 1 = 15$,
- 2me nombre : $2 \times 4 \times 1 = 8$,
- 3me nombre : $4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

le triplet est **15, 8 et 17**.

Vérification :

$$15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 = 17^2.$$

Liste des triplets primitifs dont tous les termes sont inférieurs à 50 (*hors les multiples de ceux-ci, comme 6, 8, 10*) :

3, 4, 5 5, 12, 13 8, 15, 17 7, 24, 25 20, 21, 29

12, 35, 37 9, 40, 41 et vous remarquerez ici que **z est toujours impair**.

C'est dans la marge d'un exemplaire du livre II d'Arithmétiques de Diophante que Pierre de FERMAT, vers 1637, énonce sa conjecture connue sous le nom de **dernier théorème de Fermat**. En partant d'un triplet de Pythagore : $x^2 + y^2 = z^2$ il formula l'expression $x^3 + y^3 = z^3$ et précisant que cette équation n'a pas de solution formulable en nombres entiers et ajoute que l'expression $x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solution si $n = 3, 4, 5$ ou plus.

Et, Pierre de FERMAT ajoute en latin dans la marge de ce livre de Diophante : « **J'ai une démonstration merveilleuse de cette expression, que cette marge est trop étroite pour contenir** ». Certainement que cette mention a largement contribué à faire connaître cette conjecture ou « **dernier théorème de Fermat** ». Il fallu attendre 1993 pour que Andrew WILES (anglais) démontre ce théorème.

Bibliographie : Ce information est extraite des pages 85 à 89 du livre : « **Le dernier théorème de FERMAT** » de Simon SINGH chez Jean-Claude Lattès 1998 et en poche chez Fayard/Pluriel 2010 (Ce livre ne semble dans aucune des bibliothèques de Caen la mer). **Ce livre raconte cette quête, une véritable épopée depuis les grecs anciens jusqu'à nos jours, en mettant en scène les intelligences les plus brillantes qui tentèrent de venir à bout de cette équation.**

Rébus : calcul de l'âge de la mort de Diophante (à l'aide de son épitaphe):

Épitaphe écrit en alexandrins :

Passant, sous ce tombeau repose Diophante.

Ces quelques vers tracés par une main savante

Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
 Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
 Le sixième marqua le temps de son enfance ;
 Le douzième fut pris par son adolescence.
 Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
 Puis s'étant marié, sa femme lui donna
 Cinq ans après un fils qui, du destin sévère
 Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
 De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.
 Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.

Nous pouvons en déduire l'énoncé suivant :

«L'enfance de Diophante occupa un sixième de toute sa vie. Le douzième fut pris par son adolescence. Après une nouvelle période équivalente au septième de sa vie, il se maria. Cinq ans plus tard, il eut un fils. La vie de ce fils fut exactement la moitié de celle de son père. Diophante mourut quatre ans après la mort de son fils.»

... à vos crayon, papier et calculatrice.

Proposition de résolution :

Pour obtenir la réponse, il faut résoudre l'équation suivante :

$$X/6 + X/12 + X/7 + 5 + X/2 + 4 = X.$$

PPCM (Plus Petit Commun Multiple) de 6, 12 et 7 est : $2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$,

Donc l'équation peut s'écrire :

$$(14X + 7X + 12X) / 84 + 5 + X/2 + 4 = X, \text{ en effectuant et transposant :}$$

$$33X/84 + X/2 - X = -9, \text{ en simplifiant et multipliant par } (-1) \text{ les 2 termes :}$$

$$X - 11X/28 - 14X/28 = 9, \text{ en réduisant le 1er terme au même dénominateur :}$$

$$(28X - 11X - 14X) / 28 = 9, \text{ en effectuant :}$$

$$3X/28 = 9 \text{ ou } X = (9 \times 28) / 3, \text{ en simplifiant : } X = (3 \times 28) = 84.$$

On trouve **X = 84 ans**, âge auquel Diophante mourut.

Précurseur de l'algèbre, Diophante étudiait les équations à solutions multiples ; ses travaux révéleront leur fécondité douze siècles plus tard avec notamment l'invention, par François Viète, de l'algèbre classique.

7. HYPATIE d'ALEXANDRIE (vers 370 - 415) :

Alexandrie est fondée par **Alexandre le Grand** vers 332 av. J.C. puis développée par la dynastie des Ptolémées, dont le premier représentant, Ptolémée Soter, était un général d'Alexandre le Grand et dont la dernière représentante fut la reine Cléopâtre. Alexandrie resta pendant près de sept cents ans la capitale mondiale de l'intelligence et l'une des plus belles villes de tous les temps. A son apogée, elle comptait plus de 500 000 habitants. Prise en 48 av. J.C. par Jules César, Alexandrie resta le centre de la civilisation hellénistique, et son influence s'étendit dans tout l'Empire romain.

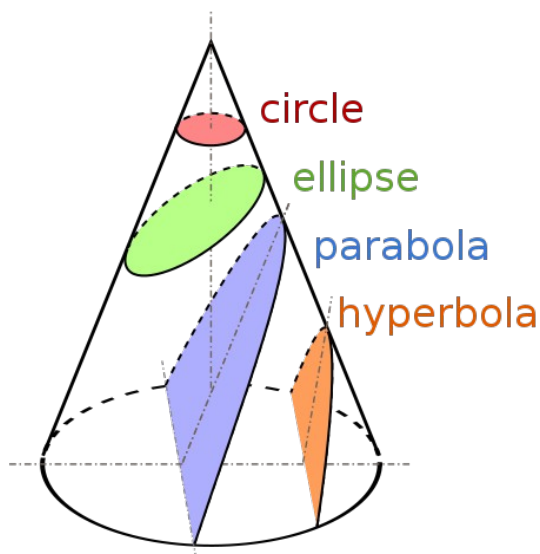
Pour un jeune Romain soucieux de parfaire son éducation intellectuelle, Alexandrie constituait un séjour obligatoire. Le phare qui signalait son port figurait parmi les sept merveilles du monde, mais Alexandrie possédait quelque chose d'encore plus précieux : son musée bibliothèque, fabuleux institut public de recherche qui fonctionna durant sept siècles. C'était un vaste ensemble de bâtiments, comprenant des logements, des salles de travail et de cours, un gymnase, deux observatoires astronomiques, des salles de dissection pour la médecine, des jardins botaniques et zoologiques.

Plus d'une centaine de savants, de disciplines différentes et d'origines variées pouvaient y travailler. Euclide, vers 300 av. J.C., y écrivit ses célèbres « *Eléments de géométrie* » ; Apollonius (vers 200 av. J.C.) et Pappus (vers 300 ap. J.C.) y atteignirent les sommets de la géométrie grecque avec leur étude des coniques ; Ératosthène (vers 200 ap. J.C.) y fit de l'arithmétique, mesura le rayon de la Terre avec une bonne approximation et s'occupa de l'immense bibliothèque - 300 000 volumes, dit-on. Hipparque (160 av. J.C.) et Claude Ptolémée (vers 130 ap. J.C.) y dressèrent des catalogues d'étoiles et y organisèrent en système l'ensemble des connaissances astronomiques du temps. On a vu comment le médecin Hérodice, vers 320 av. J.C., y forma l'Athénienne Agnodice.

Un « être humain parfait » :

Le père d'Hypatie, Théon d'Alexandrie (env. 335 - env. 405), dernier directeur de la grande bibliothèque enseignait l'astronomie et les mathématiques au musée à Alexandrie sous domination romaine, et il remit notamment à jour le grand œuvre de Claude Ptolémée, l'*Almageste*. Il accorda la plus grande importance à l'éducation de sa fille dont il voulait faire un « être humain parfait », selon l'idéal philosophique platonicien. Hypatie voyagea en Grèce, alla à Athènes assister aux cours des deux institutions rivales, le lycée fondé par Aristote et l'Académie fondée par Platon. Elle étudia ainsi les sciences, en particulier l'astronomie et les mathématiques. De retour à Alexandrie, elle fut nommée professeur de mathématiques et de philosophie. Elle obtint la chaire municipale de philosophie qui avait été celle du grand philosophe néoplatonicien Plotin (205-270).

Travaillant le plus souvent avec son père, Hypatie a réédité et commenté le *Traité sur les coniques* d'Apollonius, une partie de l'*Almageste* de Ptolémée, l'*Arithmétique* de Diophante, œuvre étonnante et novatrice qui fournira les mathématiciens en problèmes nouveaux durant plus d'un millénaire.



Hypathie écrit un commentaire sur le traité d'Apollonios de Perga sur les sections coniques



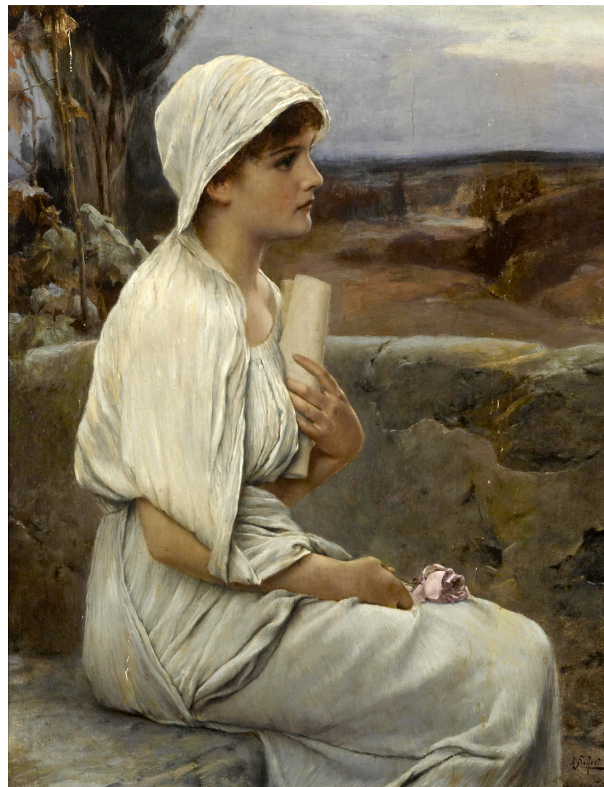
Hypathie est connue pour avoir construit un astrolabe planisphère semblable à celui ci-dessus du 19me siècle

Hypatie serait à l'origine de l'invention de l'aéromètre, instrument qui permet de mesurer la densité des liqueurs, et a construit un astrolabe plan, extrêmement pratique pour relever les positions des planètes, des étoiles et du soleil. Et surtout Hypatie rédigea avec Théon une nouvelle édition des *Éléments de géométrie* d'Euclide, dernière version de ce chef-d'œuvre de la science alexandrine, dernière étoile du musée dont la lumière nous atteint encore à travers les siècles. C'est donc essentiellement grâce à Hypatie que nous ont été transmis ces fameux *Éléments* qui furent jusqu'au siècle dernier le livre le plus lu après la Bible !

Hypatie était un professeur très populaire qui attirait de nombreux étudiants à ses cours de mathématiques, d'astronomie, de physique et de philosophie. Le futur évêque Synésios de Cyrène (370-413), qui fut son disciple, l'évoqua ainsi : « *Nous avons vu, nous avons entendu celle qui préside aux mystères sacrés de la philosophie. Elle est sainte et chère à la Divinité, ma bienfaitrice, mon maître, ma sœur, ma mère* ». Un autre de ses élèves, le Juif Hesychius, la décrit se promenant dans Alexandrie, « *vêtue du manteau à capuche des savants du Musée, expliquant sans relâche les écrits de Platon, d'Aristote ou de tout autre philosophe à qui souhaitait l'entendre* ». Les magistrats la consultaient souvent dans l'administration des affaires de la cité. Cette dernière représentante du paganisme et de la rationalité grecque fascinait Égyptiens, Syriens, juifs et chrétiens, sectateurs de Iahvé, d'Isis ou de Mithra, dans une Alexandrie de plus en plus divisée en cultes et nationalités diverses. Ajoutons qu'elle repoussa et découragea de nombreux prétendants séduits par sa beauté, son éloquence et ses talents.

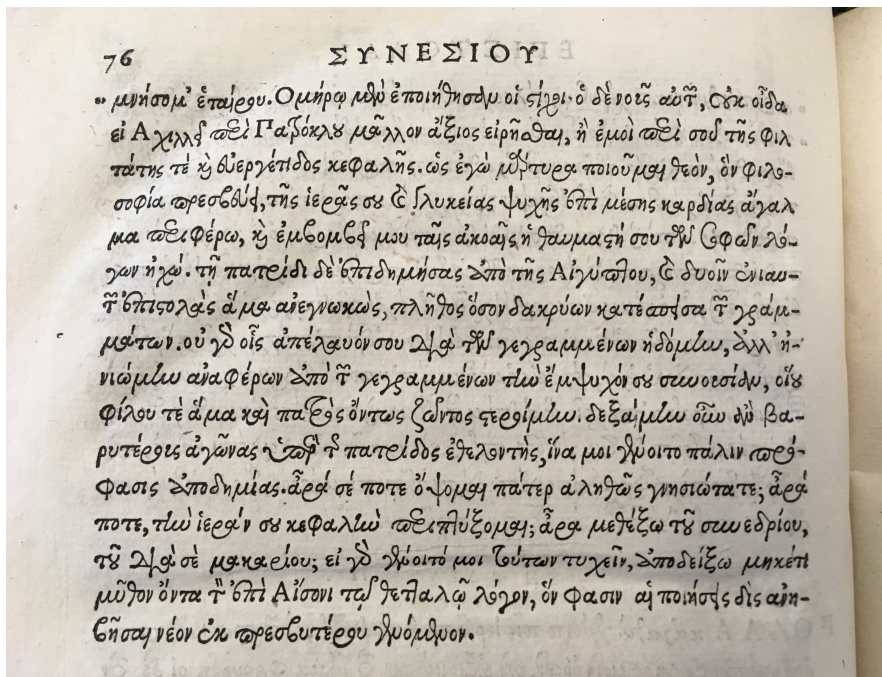


L'École d'Athènes de Raphaël. Hypatie est représentée debout, enveloppée dans un grand manteau blanc.



Portrait de 1901 du peintre Alfred SEIFERT (République Tchèque)

Bien qu'Hypatie ne soit pas de religion chrétienne, elle montre un grand esprit de tolérance envers ces derniers. Ses étudiants identifiés sont d'ailleurs chrétiens, à l'image de Synésios de Cyrène, qui devient par la suite évêque de Ptolémaïs (*actuellement situé dans l'est de la Libye*) en 410. Après avoir suivi les enseignements d'Hypatie, il continue à échanger des lettres avec son ancienne professeure, dont sept adressées par lui à Hypatie ont survécu ; il la mentionne par ailleurs dans des lettres adressées à d'autres personnages. Ces lettres sont les principales sources d'informations concernant la carrière d'Hypatie.



Une des sept lettres existantes de Synésios à Hypatie (photo de la première édition imprimée de 1553 par Adrian Turnèbe, archives du Massachusetts Institute of Technologie).

La notoriété d'Hypathie semblait importante et cette renommée a peut-être été mal vue des autorités chrétiennes de l'époque. Ce furent probablement son influence politique et sa popularité qui provoquèrent sa perte et firent de la plus grande savante de l'Antiquité une martyre païenne du christianisme. En 412, Cyrille, le nouveau patriarche d'Alexandrie, veut transformer l'ancienne capitale des sciences en ville chrétienne. S'appuyant sur les esclaves, ces exclus de la démocratie grecque, sur le ressentiment du peuple égyptien dominé par Grecs et Romains, il chasse ses adversaires juifs de la ville et défie les autorités romaines. Le préfet romain Oreste, ancien élève et admirateur d'Hypathie, tente de préserver la paix civile. Pour les moines chrétiens fanatiques qui entourent Cyrille et dont il se sert, Hypathie devient une cible. Cette femme intelligente et séduisante leur fait horreur, c'est à cause d'elle qu'Oreste résiste à la christianisation forcée de sa ville. Elle est influente, écoutée, respectée ; malgré les conseils, les supplications d'Oreste, qui sent son autorité lui échapper, elle refuse de se convertir au christianisme et fait publiquement savoir qu'elle entend rester fidèle au paganisme de son père et des générations de savants qui se sont succédé au musée.

Lors du carême de mars 415, Hypathie, se promenant sur son char, passe devant l'église de Césarion. Un groupe de chrétiens menés par le lecteur Petrus en sort et se rue vers elle. L'historien chrétien du Vme siècle, Socrate Scholasticus, raconta ainsi l'horrible meurtre :

Il y avait dans Alexandrie une femme nommée Hypatia, fille du philosophe Théon, qui avait fait un si grand progrès dans les sciences qu'elle surpassait tous les philosophes de son temps, et enseignait dans l'école de Platon et de Plotin, un nombre presque infini de personnes, qui accouraient en foule pour l'écouter. La réputation que ses compétences lui avaient acquise, lui donnait la liberté de paraître souvent devant les juges, ce qu'elle faisait toujours, sans perdre la réserve, ni la modestie, qui lui attiraient le respect de tout le monde. Sa vertu, toute élevée qu'elle était, ne se situa pas au-dessus de la jalousie. Mais parce qu'elle avait une amitié particulière avec Oreste, elle fut accusée calomnieusement d'empêcher qu'il ne se réconciliât avec Cyrille. Quelques hommes conspirèrent, excités par une passion ardente : ils avaient pour chef un lecteur nommé Pierre, et ils attendirent un jour Hypatia dans les rues, et l'ayant tirée de sa chaise à porteurs, la menèrent à l'Église nommée Caesarion, la dépouillèrent et la tuèrent à coups de pots cassés. Après cela, ils hachèrent son corps en pièces et les brûlèrent dans un lieu appelé Cinaron. Une exécution aussi inhumaine que celle-là couvrit d'infamie non seulement Cyrille, mais toute l'Église d'Alexandrie, étant certain qu'il n'y a rien si éloigné de l'esprit du christianisme que le meurtre et les combats. Cela arriva au mois de Mars durant le Carême, en la quatrième année du Pontificat de Cyrille, sous le dixième Consulat d'Honorius, et le sixième de

Théodose.

De Socrate de Constantinople (380-450), Histoire ecclésiastique, livre VII, chapitre XV, traduction Louis Cousin, 1686

Alexandrie donna à l'humanité l'une de ses plus grandes scientifiques, dernière habitante du musée, martyre païenne, mathématicienne, philosophe, chimiste : Hypatie. Hypatie, si célèbre que son nom éclipsa celui de toutes les autres femmes savantes de l'Antiquité, et dont le destin tragique excita l'imagination des romanciers et des poètes.

*Lorsque je porte mon regard sur toi et tes paroles, je m'incline,
Puisque c'est la demeure céleste de la Vierge que je vois.
Car tes préoccupations sont dirigées vers les cieux.
Vénérée Hypatia, toi qui personnifies la beauté du raisonnement
Étoile immaculée de la sage connaissance.*

***Palladas**, poète grec antique de la fin du 4^{me} et début du 5^{me} siècle.*

*Dors, ô blanche victime, en notre âme profonde.
Dans ton linceul de vierge et ceinte de lotus,
Dors, l'impure laideur est la ruine du monde.
Et nous avons perdu le chemin de Paros,
Les dieux sont en poussière et la terre est muette,
Rien ne parlera plus dans ton ciel déserté ...*

***Lecomte de Lisle** (1818-1894), hommage à Hypatie dans les poèmes antiques.*

Il existe aussi un livre de Maria DZIELSKA « Hypatie d'Alexandrie » de 2010 que je n'ai pas pu me procurer dans les bibliothèques de Caen-la-mer.

De nombreux ouvrages lui ont été consacrés et un film de 2009, *Agora*, a raconté son histoire.

Bibliographie : Pour préparer *ce point sur Hypatie d'Alexandrie* j'ai utilisé les documents suivants :

- le portrait ci-dessus depuis Wikipédia en saisissant « **Hypatie d'Alexandrie** »,
- extrait des pages 62 à 65 du livre : « **Histoire des femmes scientifiques de l'antiquité au XX^{me} siècle** » de **Eric SARTORI** Editions Plon 2006 (livre disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville à Caen),
- roman : « **Hypatie, fille de Théon** » de **Marie-Florence EHRET** Editions L'Atelier des Brisants 2001 (livre disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville à Caen),
- visionné le film « **AGORA** » de Alejandro AMENABAR sur DVD emprunté à la bibliothèque de Caen La grâce de Dieu.
- et de multiples sites sur internet pour des compléments du type lieux ou dates de certains personnages.